

**Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике
для 7 класса**

2023/24 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

До 268 года до нашей эры в Древнем Риме было шесть основных монет:

- Унция (монета номиналом 1 унция)
- Секстанс (монета номиналом 2 унции)
- Квадранс (монета номиналом 3 унции)
- Триенс (монета номиналом 4 унции)
- Семис (монета номиналом 6 унций)
- Асс (монета номиналом 12 унций)

Однажды римлянин Флавий взял с собой по две монеты каждого из шести номиналов (всего — 12 монет) и отправился на рынок. Сколькими способами он сможет без сдачи оплатить своими монетами покупку стоимостью 48 унций? Монеты одного номинала считайте одинаковыми.

Ответ: 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Всего у Флавия 12 монет (по две монеты каждого из шести номиналов), и сумма их номиналов составляет $12 + 12 + 6 + 6 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 56$ унций. Флавию нужно заплатить без сдачи 48 унций — иными словами, римлянин должен оставить монеты на сумму 8 унций себе, а остальные монеты отдать за покупку. Тогда мы можем просто посчитать, сколькими способами Флавий может оставить монеты на сумму 8 унций себе — это и будет ответом на задачу.

Способов оставить себе 8 унций всего 9. Перебор вариантов проще всего организовать, начиная с монет большего номинала:

1) $6 + 2$;

2) $6 + 1 + 1$ (варианты, содержащие 6);

3) $4 + 4$;

4) $4 + 3 + 1$;

5) $4 + 2 + 2$;

6) $4 + 2 + 1 + 1$ (варианты, не содержащие 6, но содержащие 4);

7) $3 + 3 + 2$;

8) $3 + 3 + 1 + 1$;

9) $3 + 2 + 2 + 1$ (варианты, в которых наибольшая монета — это 3).

Если наибольшая монета — это 2, то максимально возможная сумма равна $2 + 2 + 1 + 1 = 6 < 8$.

Задание № 1.2

Условие:

До 268 года до нашей эры в Древнем Риме было шесть основных монет:

- Унция (монета номиналом 1 унция)
- Секстанс (монета номиналом 2 унции)
- Квадранс (монета номиналом 3 унции)
- Триенс (монета номиналом 4 унции)
- Семис (монета номиналом 6 унций)
- Асс (монета номиналом 12 унций)

Однажды римлянин Луций взял с собой по две монеты каждого из шести номиналов (всего — 12 монет) и отправился на рынок. Сколькими способами он сможет без сдачи оплатить своими монетами покупку стоимостью 47 унций? Монеты одного номинала считайте одинаковыми.

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 1.3

Условие:

До 268 года до нашей эры в Древнем Риме было шесть основных монет:

- Унция (монета номиналом 1 унция)
- Секстанс (монета номиналом 2 унции)
- Квадранс (монета номиналом 3 унции)
- Триенс (монета номиналом 4 унции)
- Семис (монета номиналом 6 унций)
- Асс (монета номиналом 12 унций)

Однажды римлянин Публий взял с собой по две монеты каждого из шести номиналов (всего — 12 монет) и отправился на рынок. Сколькими способами он сможет без сдачи оплатить своими монетами покупку стоимостью 46 унций? Монеты одного номинала считайте одинаковыми.

Ответ: 11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 1.4

Условие:

До 268 года до нашей эры в Древнем Риме было шесть основных монет:

- Унция (монета номиналом 1 унция)
- Секстанс (монета номиналом 2 унции)
- Квадранс (монета номиналом 3 унции)
- Триенс (монета номиналом 4 унции)
- Семис (монета номиналом 6 унций)
- Асс (монета номиналом 12 унций)

Однажды римлянин Тиберий взял с собой по две монеты каждого из шести номиналов (всего — 12 монет) и отправился на рынок. Сколькими способами он сможет без сдачи оплатить своими монетами покупку стоимостью 45 унций? Монеты одного номинала считайте одинаковыми.

Ответ: 10

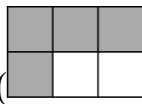
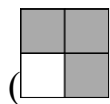
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1

Задание № 2.1

Условие:

Прямоугольник 4×7 , показанный на рисунке, разрезали на трёхклеточные



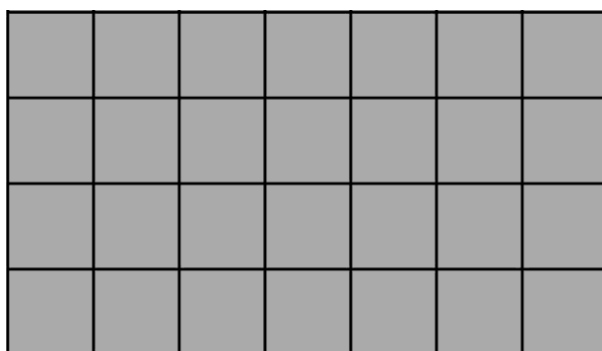
(

--	--

) и четырёхклеточные (

--	--	--	--

) уголки. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков могло получиться? При разрезании фигуры можно поворачивать и переворачивать.



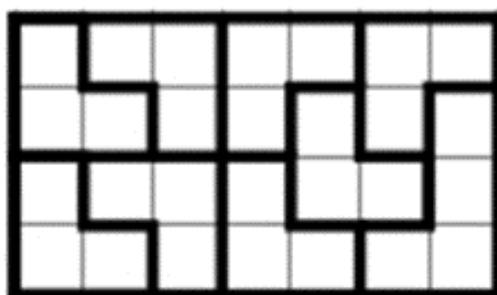
Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Оценка: если бы уголков из трёх клеток было хотя бы 9, то заметим, что $4 \cdot 7 = 9 \cdot 3 + 1$. Поэтому в прямоугольник 4×7 может поместиться ровно 9 уголков и ещё одна клетка. Это не является разрезанием требуемого вида. Следовательно, наибольшее количество трёхклеточных уголков, которые можно уместить — 8.

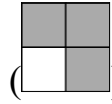
Пример: см. рисунок.

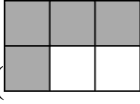


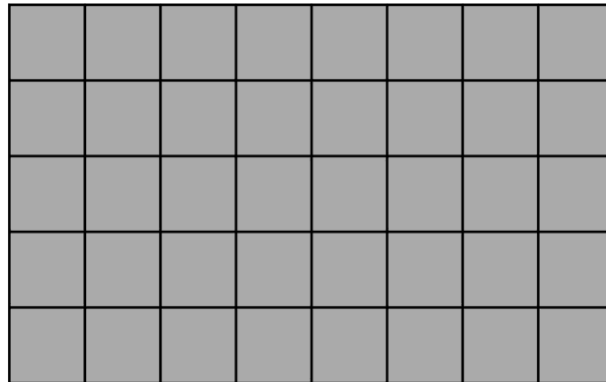
Задание № 2.2

Условие:

Прямоугольник 5×8 , показанный на рисунке, разрезали на трёхклеточные



и четырёхклеточные  уголки. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков могло получиться? При разрезании фигуры можно поворачивать и переворачивать



Ответ: 12

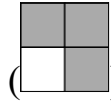
Точное совпадение ответа — 1 балл

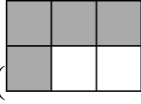
Решение по аналогии с заданием № 2.1

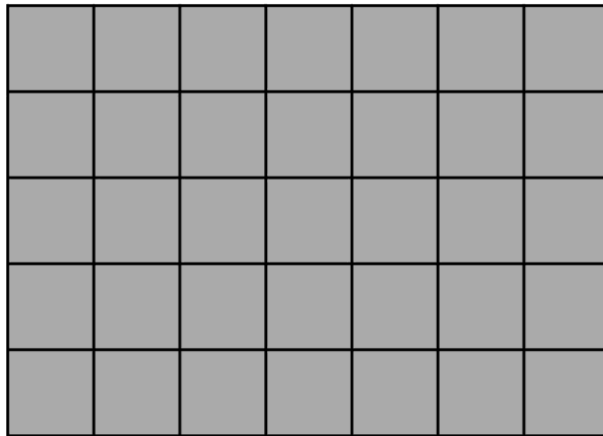
Задание № 2.3

Условие:

Прямоугольник 5×7 , показанный на рисунке, разрезали на трёхклеточные



и четырёхклеточные  уголки. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков могло получиться? При разрезании фигуры можно поворачивать и переворачивать.



Ответ: 9


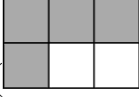
Точное совпадение ответа — 1 балл

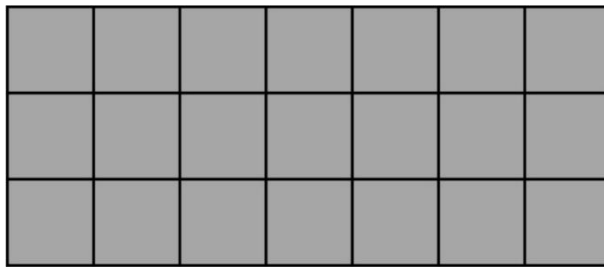
Решение по аналогии с заданием № 2.1

Задание № 2.4

Условие:

Прямоугольник 3×7 , показанный на рисунке, разрезали без остатка

на трёхклеточные () и четырёхклеточные () уголки. При этом оба типа уголков присутствуют. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков могло получиться? При разрезании фигуры можно поворачивать и переворачивать.



Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1

Задание № 3.1

Условие:

Ответственные вожатые Алина, Оля, Таня, Рита, Борис, Всеволод, Григорий и Николай приехали в математический лагерь и решили составить расписание дежурства. На каждый день ребятам нужно выбрать из своего состава двух дежурных, один из которых будет будить детей, а другой — вести зарядку. В этой паре дежурных обязательно должна быть хотя бы одна девушка, чтобы разбудить комнату девочек-школьниц. Какое максимальное количество дней вожатые смогут дежурить, так чтобы никакая пара человек не дежурила больше одного раза?

Ответ: 22

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Легко видеть, что в данной компании 4 юноши и 4 девушки. Пара может состоять из двух девушек или девушки и юноши. Пар первого типа всего $3 \cdot 4 : 2 = 6$. Пар второго типа всего $4 \cdot 4 = 16$. Значит, максимальное количество дней — 22.

Задание № 3.2

Условие:

Ответственные вожатые Алина, Маша, Оля, Рита, Таня, Борис, Григорий и Николай приехали в математический лагерь и решили составить расписание дежурства. На каждый день ребятам нужно выбрать из своего состава двух дежурных, один из которых будет будить детей, а другой — вести зарядку. В этой паре дежурных обязательно должна быть хотя бы одна девушка, чтобы разбудить комнату девочек-школьниц. Какое максимальное количество дней вожатые смогут дежурить, так чтобы никакая пара человек не дежурила больше одного раза?

Ответ: 25

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 3.3

Условие:

Ответственные вожатые Алина, Оля, Рита, Таня, Борис, Всеволод и Григорий приехали в математический лагерь и решили составить расписание дежурства. На каждый день ребятам нужно выбрать из своего состава двух дежурных, один из которых будет будить детей, а другой — вести зарядку. В этой паре дежурных обязательно должна быть хотя бы одна девушка, чтобы разбудить комнату девочек-школьниц. Какое максимальное количество дней вожатые смогут дежурить, так чтобы никакая пара человек не дежурила больше одного раза?

Ответ: 18

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 3.4

Условие:

Ответственные вожатые Алина, Маша, Оля, Рита, Таня, Всеволод и Григорий приехали в математический лагерь и решили составить расписание дежурства. На каждый день ребятам нужно выбрать из своего состава двух дежурных, один из которых будет будить детей, а другой — вести зарядку. В этой паре дежурных обязательно должна быть хотя бы одна девушка, чтобы разбудить комнату девочек-школьниц. Какое максимальное количество дней вожатые смогут дежурить, так чтобы никакая пара человек не дежурила больше одного раза?

Ответ: 20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1

Задание № 4.1

Условие:

В ряд выложены 10 спелых апельсинов так, что из любых двух лежащих рядом апельсинов левый легче правого ровно на 20 граммов. Чебурашка съел самый большой апельсин, и суммарный вес апельсинов уменьшился на 15 %. Чему равен вес самого маленького из этих апельсинов? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Обозначим массу самого маленького апельсина за X граммов. Тогда массы остальных апельсинов равны $X + 20$, $X + 40$, $X + 60$, ..., $X + 160$, $X + 180$ граммов соответственно, поскольку массы любых двух соседних по массе апельсинов различаются ровно на 20 граммов. Суммарная масса всех десяти апельсинов равна:

$$X + (X + 20) + (X + 40) + (X + 60) + \dots + (X + 160) + (X + 180) = 10X + 900 \text{ граммов.}$$

Когда Чебурашка съел самый большой апельсин массой $X + 180$ граммов, суммарная масса апельсинов уменьшилась на 15 %, а значит, масса самого большого апельсина (то есть $X + 180$ граммов) составляла 15 % от суммы масс всех десяти апельсинов (то есть от $10X + 900$ граммов):

$$X + 180 = (10X + 900) \cdot 0.15$$

$$X + 180 = (X + 90) \cdot 1.5$$

$$2X + 360 = (X + 90) \cdot 3$$

$$2X + 360 = 3X + 270$$

$$360 - 270 = 3X - 2X$$

$X = 90$ — это и есть масса самого маленького апельсина, которую мы хотели найти.

Задание № 4.2

Условие:

В ряд выложены 10 спелых апельсинов так, что из любых двух лежащих рядом апельсинов левый легче правого ровно на 20 граммов. Чебурашка съел самый большой апельсин, и суммарный вес апельсинов уменьшился на 16 %. Чему равен вес самого маленького из этих апельсинов? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 60

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 4.3

Условие:

В ряд выложены 10 спелых апельсинов так, что из любых двух лежащих рядом апельсинов левый легче правого ровно на 20 граммов. Чебурашка съел самый большой апельсин, и суммарный вес апельсинов уменьшился на 12 %. Чему равен вес самого маленького из этих апельсинов? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 360

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 4.4

Условие:

В ряд выложены 10 спелых апельсинов так, что из любых двух лежащих рядом апельсинов левый легче правого ровно на 20 граммов. Чебурашка съел самый большой апельсин, и суммарный вес апельсинов уменьшился на 14 %. Чему равен вес самого маленького из этих апельсинов? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 135

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1

Задание № 5.1

Условие:

Четыре юных художника — Гриша, Никита, Егор и Сева — нарисовали по одной картине и решили отправить их на выставки. Выставок было больше одной, некоторые мальчики могли отправить свои картины на одну и ту же выставку. К сожалению, все выставки проходили одновременно, поэтому каждый мальчик успел побывать ровно на одной из них, после чего все четверо собрались вместе, и каждый сделал заявление.

Гриша: *«Я видел не только свою картину».*

Никита: *«Количество картин, которые я видел, не равно двум».*

Егор: *«Я видел те же картины, что и Никита».*

Сева: *«Я видел ровно две картины».*

Учитывая то, что каждый из мальчиков любовался собственной картиной, пока рисовал, определите, кто из них какие картины видел. В ответе для каждого из ребят нужно отметить **только** картины других мальчиков; если же юный художник видел только свою картину, выберите вариант *«Свою и только свою»*. Все мальчики говорят правду!

Ответ:

Гриша видел

- ✓ картину Никиты
- ✓ картину Егора
- ✓ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Никита видел

- ☐ картину Гриши
- ✓ картину Егора
- ✓ картину Севы

- свою и только свою картину

Егор видел

- картину Гриши
- ✓ картину Никиты
- ✓ картину Севы
- свою и только свою картину

Сева видел

- ✓ картину Гриши
- картину Никиты
- картину Егора
- свою и только свою картину

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Егор видел те же картины, что и Никита, значит, Никита видел как минимум 2 картины — Егора и свою. Но Никита видел не 2 картины, значит, он видел ещё хотя бы одну картину X (Гриши или Севы). Значит, Егор тоже видел картину X. Тогда Егор и Никита ходили на одну выставку. Так как Сева видел ровно 2 картины, он не мог ходить на выставку вместе с Егором и Никитой. Поэтому он ходил на другую выставку, следовательно, не видел картины Егора и Никиты. Значит, там была картина Гриши. Таким образом, для X у нас остаётся один вариант — Севина картина. Осталось понять, куда ходил Гриша. Он видел не только свою картину, значит, Гриша ходил на выставку с Егором и Никитой. Итог: Егор и Никита видели картины Егора, Никиты и Севы, Гриша видел все картины, а Сева видел картины Гриши и Севы.

Задание № 5.2

Условие:

Четыре юных художника — Гриша, Никита, Егор и Сева — нарисовали по одной картине и решили отправить их на выставки. К сожалению, все выставки проходили одновременно, поэтому каждый мальчик успел побывать ровно на одной из них, после чего все четверо собрались вместе, и каждый сделал заявление о картинах друзей.

Гриша: *«Я видел только свою картину».*

Никита: *«Количество картин, которые я видел, не равно двум».*

Егор: *«Я видел те же картины, что и Никита».*

Сева: *«Я видел ровно две картины».*

Учитывая то, что каждый из мальчиков любовался собственной картиной, пока рисовал, определите, кто из них какие картины видел. В ответе для каждого из ребят нужно отметить **только** картины других мальчиков; если же юный художник видел только свою картину, выберите вариант *«Свою и только свою»*. Все мальчики говорят правду!

Ответ:

Гриша видел

- ☐ картину Никиты
- ☐ картину Егора
- ☐ картину Севы
- ☒ свою и только свою картину

Никита видел

- ☐ картину Гриши
- ☒ картину Егора
- ☒ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Егор видел

- ☐ картину Гриши
- ✓ картину Никиты
- ✓ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Сева видел

- ✓ картину Гриши
- ☐ картину Никиты
- ☐ картину Егора
- ☐ свою и только свою картину

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Егор видел те же картины, что и Никита, значит, Никита видел как минимум 2 картины — Егора и свою. Но Никита видел не 2 картины, значит, он видел ещё хотя бы одну картину X (Гриши или Севы). Значит, Егор тоже видел X. Тогда Егор и Никита ходили на одну выставку. Так как Сева видел ровно 2 картины, он не мог ходить на выставку вместе с Егором и Никитой. Тогда он ходил на другую выставку, то есть не видел картины Егора и Никиты. Значит, там была картина Гриши.

Таким образом, для X у нас остаётся один вариант — Севина картина. Гриша видел только свою картину (значит, Гриша ходил на выставку вместе с Севой).

Задание № 5.3

Условие:

Четыре юных художника — Гриша, Никита, Егор и Сева — нарисовали по одной картине и решили отправить их на выставки. К сожалению, все выставки проходили одновременно, поэтому каждый мальчик успел побывать ровно на одной из них, после чего все четверо собрались вместе, и каждый сделал заявление о картинах друзей.

Гриша: *«Я видел картин меньше, чем Никита».*

Никита: *«Количество картин, которые я видел, не равно двум».*

Егор: *«Я видел те же картины, что и Никита».*

Сева: *«На выставке я видел Гришу и его картину».*

Учитывая то, что каждый из мальчиков любовался собственной картиной, пока рисовал, определите, кто из них какие картины видел. В ответе для каждого из ребят нужно отметить только картины других мальчиков; если же юный художник видел **только** свою картину, выберите вариант *«Свою и только свою»*. Все мальчики говорят правду!

Ответ:

Гриша видел

- ☐ картину Никиты
- ☐ картину Егора
- ☐ картину Севы
- ☒ свою и только свою картину

Никита видел

- ☐ картину Гриши
- ☒ картину Егора
- ☒ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Егор видел

- ☐ картину Гриши
- ✓ картину Никиты
- ✓ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Сева видел

- ✓ картину Гриши
- ☐ картину Никиты
- ☐ картину Егора
- ☐ свою и только свою картину

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Егор видел те же картины, что и Никита, значит, Никита видел как минимум 2 картины — Егора и свою. Но Никита видел не 2 картины, значит, он видел ещё хотя бы одну картину X (Гриши или Севы). Значит, Егор тоже видел X. Тогда Егор и Никита ходили на одну выставку. Рассмотрим два варианта: на этой выставке были все 4 картины или 3. 1 вариант: Гриша видел картин меньше, чем Никита, значит, максимум 3, но все картины находятся на одной выставке, значит, Гриша не мог её посетить, значит, он видел только свою картину, причём не на выставке. Но тогда Сева не мог видеть на выставке и Гришу, и его картину. Значит, подходит только второй вариант — на выставке, где были Никита и Егор, оказались 3 картины. Тогда Гриша видел меньше трёх картин, значит, он не был на выставке вместе с Егором и Никитой. Сева видел на выставке Гришу и его картину, значит, Сева и Гриша ходили на выставку вместе, и там была картина Гриши и больше ничья (т.к. на другой выставке уже три штуки есть). Тогда картина X — это картина Севы.

Задание № 5.4

Условие:

Четыре юных художника — Гриша, Никита, Егор и Сева — нарисовали по одной картине и решили отправить их на выставки. К сожалению, все выставки проходили одновременно, поэтому каждый мальчик успел побывать ровно на одной из них, после чего все четверо собрались вместе, и каждый сделал заявление о картинах друзей.

Гриша: *«Я видел картин меньше, чем Никита».*

Никита: *«Количество картин, которые я видел, не равно двум».*

Егор: *«Я видел те же картины, что и Никита».*

Сева: *«На выставке я видел Гришу и свою картину».*

Учитывая то, что каждый из мальчиков любовался собственной картиной, пока рисовал, определите, кто из них какие картины видел. В ответе для каждого из ребят нужно отметить только картины других мальчиков; если же юный художник видел **только** свою картину, выберите вариант *«Свою и только свою»*. Все мальчики говорят правду!

Ответ:

Гриша видел

- ☐ картину Никиты
- ☐ картину Егора
- ☒ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Никита видел

- ☒ картину Гриши
- ☒ картину Егора
- ☐ картину Севы
- ☐ свою и только свою картину

Егор видел

- ✓ картину Гриши
- ✓ картину Никиты
- картину Севы
- свою и только свою картину

Сева видел

- картину Гриши
- картину Никиты
- картину Егора
- ✓ свою и только свою картину

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Егор видел те же картины, что и Никита, значит, Никита видел как минимум 2 картины — Егора и свою. Но Никита видел не 2 картины, значит, он видел ещё хотя бы одну картину X (Гриши или Севы). Значит, Егор тоже видел X. Тогда Егор и Никита ходили на одну выставку. Рассмотрим два варианта: на этой выставке были все 4 картины или 3. 1 вариант: Гриша видел картин меньше, чем Никита, значит, максимум 3, но все картины находятся на одной выставке, значит, Гриша не мог её посетить, значит, он видел только свою картину, причём не на выставке. Но тогда Сева не мог видеть на выставке и Гришу, и свою картину. Значит, подходит только второй вариант — на выставке, где были Никита и Егор, представлены 3 картины. Тогда Гриша видел меньше трёх картин, значит, он не был на выставке вместе с Егором и Никитой. Сева видел на выставке Гришу и свою картину, значит, Сева и Гриша ходили на выставку вместе, и там была картина Севы и больше ничья (т.к. на другой выставке уже три штуки есть). Тогда картина X — это картина Гриши.

Задание № 6.1

Условие:

Точки А и Б соединены прямой дорогой. Два курьера с постоянными скоростями, каждый — со своей, одновременно выходят навстречу друг другу (первый — из точки А, второй — из точки Б). Каждый из них, дойдя до конца дороги (первый — до точки Б, а второй — до точки А), мгновенно разворачивается и идёт обратно. В первый раз они встретились на расстоянии 450 метров от точки А. Вторая встреча произошла после того, как они оба развернулись, и случилась на расстоянии 200 метров от точки Б. Найдите расстояние между точками А и Б. Ответ выразите в метрах. Курьеры движутся без остановок.

Ответ: 1150

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Пусть расстояние от А до Б составляет x метров. До второй точки встречи первый курьер проходит x и ещё 200 метров. С другой стороны, к моменту второй встречи суммарно курьерами было пройдено расстояние $3x$, а к моменту первой — x . Поэтому до второй встречи прошло в 3 раза больше времени, чем до первой. Поскольку до первой встречи первый курьер прошёл 450 метров, то до второй встречи он прошёл $450 \cdot 3 = 1350$ метров. Отсюда следует, что $x = 1350 - 200 = 1150$.

Задание № 6.2

Условие:

Точки А и Б соединены прямой дорогой. Два курьера с постоянными скоростями, каждый — со своей, одновременно выходят навстречу друг другу (первый — из точки А, второй — из точки Б). Каждый из них, дойдя до конца дороги (первый — до точки Б, а второй — до точки А), мгновенно разворачивается и идёт обратно. В первый раз они встретились на расстоянии 350 метров от точки А. Вторая встреча произошла после того, как они оба развернулись, и случилась на расстоянии 300 метров от точки Б. Найдите расстояние между точками А и Б. Ответ выразите в метрах. Курьеры движутся без остановок.

Ответ: 750

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

Задание № 6.3

Условие:

Точки А и Б соединены прямой дорогой. Два курьера с постоянными скоростями, каждый — со своей, одновременно выходят навстречу друг другу (первый — из точки А, второй — из точки Б). Каждый из них, дойдя до конца дороги (первый — до точки Б, а второй — до точки А), мгновенно разворачивается и идёт обратно. В первый раз они встретились на расстоянии 550 метров от точки А. Вторая встреча произошла после того, как они оба развернулись, и случилась на расстоянии 400 метров от точки Б. Найдите расстояние между точками А и Б. Ответ выразите в метрах. Курьеры движутся без остановок.

Ответ: 1250

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

Задание № 6.4

Условие:

Точки А и Б соединены прямой дорогой. Два курьера с постоянными скоростями, каждый — со своей, одновременно выходят навстречу друг другу (первый — из точки А, второй — из точки Б). Каждый из них, дойдя до конца дороги (первый — до точки Б, а второй — до точки А), мгновенно разворачивается и идёт обратно. В первый раз они встретились на расстоянии 250 метров от точки А. Вторая встреча произошла после того, как они оба развернулись, и случилась на расстоянии 200 метров от точки Б. Найдите расстояние между точками А и Б. Ответ выразите в метрах. Курьеры движутся без остановок.

Ответ: 550

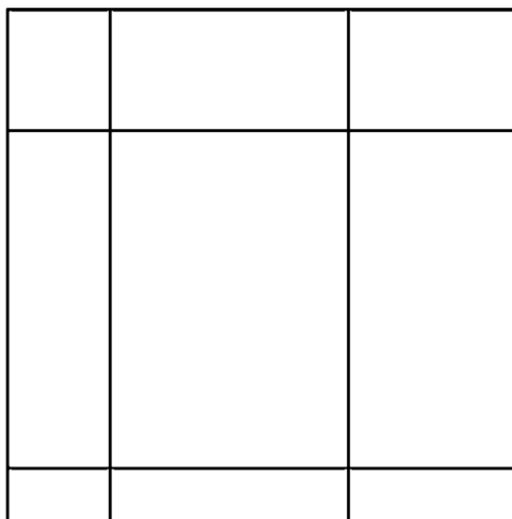
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1

Задание № 7.1

Условие:

Вася разрезал квадрат со стороной 6 на прямоугольники четырьмя разрезами: двумя вертикальными и двумя горизонтальными, как показано на рисунке.



Чему равна сумма периметров получившихся у Васи девяти маленьких прямоугольников?

Ответ: 72

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

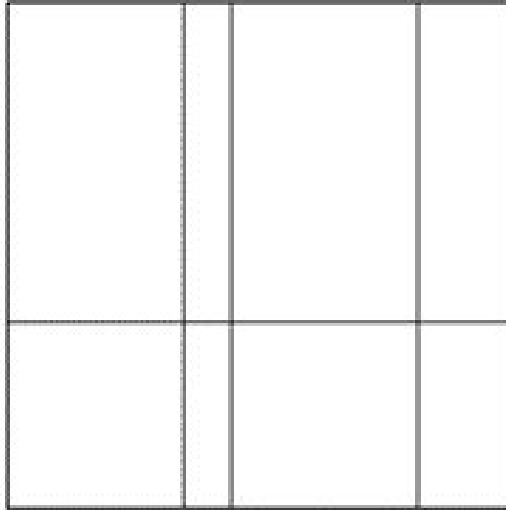
Сумма периметров получившихся прямоугольников — это сумма сторон изначального квадрата (поскольку каждый маленький отрезок каждой стороны квадрата входит ровно в один из получившихся прямоугольников и потому считается в этой сумме ровно один раз) плюс удвоенная сумма отрезков внутри квадрата (поскольку каждый маленький отрезок является стороной двух прямоугольников, а потому в сумме периметров он считается ровно два раза). Сумма сторон изначального квадрата — это $6 \cdot 4 = 24$ (сторона квадрата = 6). Сумма отрезков внутри квадрата — это тоже $6 \cdot 4$ (поскольку внутри квадрата четыре больших отрезка, параллельных сторонам квадрата и равных сторонам

квадрата). А значит, сумма периметров получившихся прямоугольников — это $6 \cdot 4 + 6 \cdot 4 \cdot 2 = 24 + 48 = 72$. Что и требовалось найти.

Задание № 7.2

Условие:

Вася разрезал квадрат со стороной 7 на прямоугольники четырьмя разрезами: тремя вертикальными и одним горизонтальным, как показано на рисунке.



Чему равна сумма периметров получившихся у Васи восьми маленьких прямоугольников?

Ответ: 84

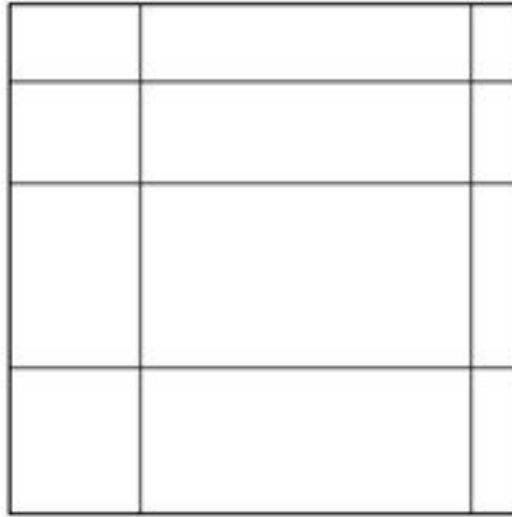
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

Задание № 7.3

Условие:

Вася разрезал квадрат со стороной 5 на прямоугольники пятью разрезами: двумя вертикальными и тремя горизонтальными, как показано на рисунке.



Чему равна сумма периметров получившихся у Васи двенадцати маленьких прямоугольников?

Ответ: 70

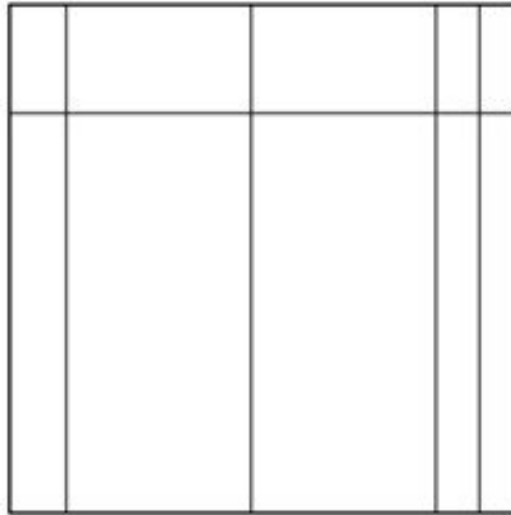
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

Задание № 7.4

Условие:

Вася разрезал квадрат со стороной 7 на прямоугольники пятью разрезами: четырьмя вертикальными и одним горизонтальным, как показано на рисунке.



Чему равна сумма периметров получившихся у Васи десяти маленьких прямоугольников?

Ответ: 98

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1

Задание № 8.1

Условие:

Маша задумала натуральное число X , умножила его на 6, потом прибавила 1, домножила получившееся на 2, прибавила 18 и затем результат умножила ещё и на 3. У получившегося у неё числа Маша посчитала сумму цифр.

Какая сумма цифр у неё могла получиться? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- ☐ 14
- ☒ 15
- ☐ 16
- ☐ 17
- ☐ 18

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Маша задумала число X . После проделанных операций у неё получается число $Y = ((6X + 1) \cdot 2 + 18) \cdot 3 = (12X + 2 + 18) \cdot 3 = (12X + 20) \cdot 3 = 36X + 60$. У этого числа $Y = 36X + 60$ Маша считает сумму цифр. Заметим, что $36X + 60$ делится на 3, но не делится на 9 (поскольку $36X$ делится на 9, а 60 не делится на 9). Значит, по признаку делимости на 3 сумма цифр числа Y также будет делиться на 3, а по признаку делимости на 9 сумма цифр числа Y также НЕ будет делиться на 9. Из предложенных вариантов только одно число делится на 3, но не делится на 9 — это 15. И такая сумма цифр могла получиться, если бы Маша изначально задумала, например, число $X = 1$ (в этом случае число $Y = 96$, и его сумма цифр действительно равна 15). Значит, это и есть единственный верный ответ.

Задание № 8.2

Условие:

Даша задумала натуральное число X , умножила его на 3, потом прибавила 2, домножила получившееся на 4, прибавила 9 и затем результат умножила ещё и на 6. У получившегося у неё числа Даша посчитала сумму цифр.

Какая сумма цифр у неё могла получиться? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- ☐ 9
- ☐ 10
- ☐ 11
- ☒ 12
- ☐ 13

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1

Задание № 8.3

Условие:

Саша задумала натуральное число X , умножила его на 9, потом прибавила 4, домножила получившееся на 5, прибавила 12 и затем результат умножила ещё и на 3. У получившегося у неё числа Саша посчитала сумму цифр.

Какая сумма цифр у неё могла получиться? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- ☒ 6
- ☐ 7
- ☐ 8
- ☐ 9
- ☐ 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1

Задание № 8.4

Условие:

Аня задумала натуральное число X , умножила его на 60, потом прибавила 5, домножила получившееся на 2, прибавила 3 и затем результат умножила ещё и на 3. У получившегося у неё числа Аня посчитала сумму цифр.

Какая сумма цифр у неё могла получиться? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- ☐ 17
- ☐ 18
- ☐ 19
- ☐ 20
- ☒ 21

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1